

De la numération orale à la numération écrite, un pas difficile à franchir

Comme pour toutes les formes de langages, celui qui exprime les quantités est d'abord oral, aussi bien dans l'histoire que dans le développement de chaque individu. Par ailleurs, l'écriture chiffrée des nombres telle que nous la connaissons aujourd'hui est le fruit d'un long développement indépendant des langues parlées. Le travail essentiel à réaliser en alphabétisation est de montrer comment passer de la numération orale à la numération écrite qui, au fil de l'histoire, est devenue universelle. Ce passage ne pourra se faire qu'au prix de la compréhension de ce qui fonde les numérations tant orale qu'écrite...

Par Anne CHEVALIER

Dès l'origine, des mots et des signes pour dénombrer des collections

Depuis la nuit des temps, les hommes ont été confrontés à la nécessité de dénombrer et de comparer des collections¹ d'objets, de bêtes, d'hommes. Et comme au-delà de quatre ou cinq éléments non organisés, la perception visuelle globale est mise à l'épreuve, il est indispensable de trouver des modalités intermédiaires de dénombrement. La plus courante est la mise en relation un à un de tous les objets d'une collection avec ceux d'une autre collection constituée, comme par exemple :

- des cailloux, des coquillages, des bâtonnets... ;
- des nœuds dans une corde, des entailles sur un bois, un os... ;
- des mots d'une comptine récités dans un ordre précis.

Il s'agit dans tous les cas d'établir une correspondance terme à terme entre les objets de la collection à dénombrer et une collection de référence signifiante du point de vue de la quantité. Nous percevons déjà que ces collections intermédiaires peuvent faire appel à des registres, des approches très différentes : des objets, des symboles écrits ou des mots.

Aujourd'hui, nous utilisons encore ces trois approches pour dénombrer. Lorsque nous dressons une table, nous associons les assiettes, les verres, les couverts, les chaises... entre eux. Et par ailleurs, nous utilisons aussi bien un langage oral qu'un langage codé pour dire la taille des collections. Regardons ces deux langages de plus près.

Une langue orale tout à fait spécifique pour dénombrer : la litanie des nombres

Dénombrer une collection, c'est pouvoir dire combien il y a d'objets dans cette collection. Il arrive qu'on puisse déterminer cela globalement, soit parce que l'effectif est petit, soit parce que les éléments sont bien rangés et

¹ En mathématique, « collection » est utilisé pour parler d'un ensemble d'objets de même nature, qu'on peut donc dénombrer.

organisés. Toutefois, la modalité la plus classique pour dénombrer une collection d'objets ou de personnes, c'est le comptage. Mais qu'est-ce au juste que « compter » ? C'est assigner à chacun des éléments d'un ensemble d'objets qu'on cherche à quantifier, un nom d'une suite ordonnée de mots appelés *mots-nombres* et qui forment la *litanie des nombres*. Chaque objet se voit ainsi attribué un numéro d'ordre : il s'agit d'un *comptage-numérotage*. Le nombre d'objets de la collection est le nom du dernier mot-nombre attribué. C'est ce mot-là qui va désigner la taille ou l'effectif de la collection. On parle alors du *cardinal* de l'ensemble. Ainsi, lorsque je veux savoir combien de personnes sont présentes dans un groupe, je les désigne une à une en associant à chacune d'elle un mot de la suite « un, deux, trois... onze ». C'est le dernier mot-nombre, ici « onze », qui me dit combien il y a exactement de personnes dans le groupe.

Le choix des mots-nombres et l'organisation de ceux-ci relève de ce qu'on appelle la *numération orale*. Il y a autant de numérations orales que de langues parlées, mais toutes ont été confrontées aux mêmes questions : quels mots choisir pour désigner les mots-nombres et comment les agencer afin de ne pas devoir en inventer et en retenir une infinité ?

Certaines civilisations ont puisé dans le langage usuel en identifiant, par exemple, une suite de mots parmi les parties du corps². La plupart des civilisations ont inventé un langage spécifique. Le plus souvent, ce langage est basé sur un nombre réduit de mots et une organisation interne associant ces mots entre eux.

Observons comment cela fonctionne en français³ :

- De « un » à « seize », les mots-nombres sont tous différents.
- Chaque dizaine, de « vingt » à « nonante » porte un nom distinct, sauf « quatre-vingts » qui est déjà une combinaison de deux autres mots.
- Tous les autres mots-nombres entre « dix-sept » et « nonante-neuf » se construisent à partir des précédents, parfois reliés par la conjonction « et ».

² Exemple : 1 = petit doigt de la main droite, 2 = annulaire droit, ..., 6 = poignet droit, 7 = coude droit, etc.

³ En français de Belgique.

- Les centaines, au-delà de « cent », combinent le mot « cent » et le mot « deux »... ou « neuf » qui le précède.
- Ensuite, on n'a besoin d'un nouveau mot que pour désigner « mille », « million », « milliard »...
- On peut ainsi exprimer tous les mots-nombres jusqu'aux milliards à l'aide de vingt-sept mots.

Remarquons que cette organisation tourne autour des puissances de dix⁴. On parle de *base dix* et de *numération décimale* qui caractérisent la plupart des numérations orales des langues vivantes. Par contre, l'organisation interne des mots-nombres dans les différentes langues est plus ou moins rigoureuse. La numération orale française est loin d'être systématique et comporte de nombreuses particularités, ce qui la rend relativement difficile à retenir.

Dans l'apprentissage de la numération orale, on s'attachera à distinguer ce qui ressort d'une logique de système et se répète d'une dizaine ou d'une centaine à l'autre de ce qui, par contre, relève d'une exception (comme « onze », « quatre-vingts »...). On veillera également à faire entendre les sons proches dans les mots-nombres « cinq », « quinze » et « cinquante » en veillant à identifier la spécificité de chacun d'eux.

Un codage écrit éloigné de la langue orale

La langue utilisée pour dire les nombres a ceci de particulier : d'une part, elle peut se traduire en langage écrit avec les mêmes signes (lettres) et règles que tous les autres mots de la langue et d'autre part, elle possède une traduction codée tout à fait spécifique à l'aide d'autres symboles et règles. C'est un autre langage qu'on appelle *numération écrite*.

Au cours de l'histoire, les numérations écrites ont sans doute été aussi nombreuses que les différentes civilisations mais aujourd'hui, dans notre monde moderne et scientifique, le codage écrit des nombres est universel. Il s'agit de la *numération décimale de position* dont les caractéristiques sont les suivantes pour ce qui concerne les nombres entiers dits *naturels*:

⁴ Sauf pour « quatre-vingts » qui est un résidu d'une ancienne base vingt.

- Tous les nombres peuvent s'écrire à l'aide de 10 symboles appelés *chiffres* : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. La forme de ces symboles est liée à une évolution historique depuis les Indiens au VI^e siècle en passant par les Arabes avant d'arriver en Europe au XIII^e siècle. Le nombre de chiffres est lié à la base *décimale* du système.
- La spécificité du système est que la valeur de chaque chiffre est liée à sa *position* dans le nombre. Ainsi 333 s'écrit à l'aide de trois fois le même symbole 3 mais le 3 de gauche vaut « trois-cents », le 3 du milieu vaut « trente » et le dernier 3 vaut « trois ».

Ainsi, le nombre « 1478 » s'écrit avec un 1 qui se dit « mille », un 4 qui se dit « quatre-cents », un 7 qui se dit « septante » et un 8 qui se dit « huit ». On lit donc « mille-quatre-cents-septante-huit », ce qui n'a rien à voir avec les écritures chiffrées « 1000 », « 400 » et « 70 » qu'on entend pourtant dans le nombre. Il y a là une difficulté majeure de passage de l'oral à l'écrit et réciproquement : avec les nombres, on n'écrit pas ce qu'on entend et on ne dit pas ce qu'on écrit.

Des mots-nombres à l'écriture chiffrée et vice-versa

On doit à Stella Baruk⁵ non seulement d'avoir attiré l'attention de tous les enseignants et formateurs sur les enjeux et les difficultés mentionnés ci-dessus mais aussi d'avoir partagé sa longue pratique de rééducation à ce sujet en proposant une approche systématique de l'écriture des nombres qui s'appuie sur la langue.

Sans vouloir nous substituer à elle, nous tenons à partager ci-dessous quelques balises dans ce travail d'allers-retours entre la langue orale et le codage écrit des nombres entiers. Ce travail sur le langage des nombres via la construction et le sens des mots-nombres d'une part et l'écriture chiffrée d'autre part est un enjeu essentiel en alphabétisation ; tout apprenant devrait y être confronté au cours de son apprentissage.

⁵ Stella BARUK, *Comptes pour petits et grands. Volume 1 : Pour un apprentissage du nombre et de la numération fondé sur la langue et le sens*, Magnard, 1997.

Pour ce faire, il est essentiel de travailler sur base de familles de nombres ayant une caractéristique commune car c'est dans la confrontation et la comparaison des nombres les uns avec les autres qu'ils prennent sens. De plus, pour chaque famille de nombres, on fera en parallèle un travail sur les représentations concrètes possibles de ces nombres (avec les mains ou avec du matériel), sur le langage oral et sur l'écriture chiffrée.

On trouvera ci-dessous quelques familles de nombres liés par une ou des caractéristiques orales ou écrites :

- Les nombres de « un » à « neuf » qui s'écrivent à l'aide des symboles 1 à 9 appelés *chiffres* forment la base des codes numériques verbaux et écrit. Les mots-nombres sont imposés par chaque langue (il pourrait être intéressant d'entendre et de comparer comment ils se disent dans les différentes langues parlées par les apprenants d'un groupe) ; par contre, les chiffres utilisés aujourd'hui pour les représenter sont universels.
- Le nombre « dix » est le premier nombre de la suite des nombres à s'écrire avec deux chiffres sans pour autant que leurs noms fassent référence aux symboles qui les composent, les chiffres 1 et 0 dans le cas de 10. C'est pourquoi, souvent dans un premier temps, « 10 » est lui aussi considéré comme un symbole.
- Dans la famille des nombres de « onze » à « dix-neuf », il est très utile de repérer que « dix-sept » (et de la même façon « dix-huit » et « dix-neuf ») fait entendre « dix » et « sept » et s'écrit 17 avec un 1 qui dit « dix » et un 7 qui dit « sept ». Par contre, le nombre « onze » ne laisse entendre ni le « dix », ni le « un ». Tandis que « douze », « treize », « quatorze », « quinze » et « seize » ne laissent pas non plus entendre le « dix » mais ont une consonance proche du chiffre des unités respectives « deux », « trois », « quatre », « cinq » et « six ».
- Il peut être intéressant de travailler en parallèle les mots-nombres des dizaines et des centaines pour ainsi faire remarquer que chaque dizaine porte un nom spécifique (un nouveau mot), contrairement aux centaines qui s'expriment comme des multiples de « cent ». Pour aider à la compréhension de ces mots-nombres et à la représentation des quantités, on n'hésitera pas à traduire oralement « trente » par « trois dix » (c'est-dire trois paquets de dix) pour faire le parallèle avec « trois-cents » (trois paquets de cent).

- Comprendre l'écriture chiffrée des dizaines et des centaines pures (c'est-à-dire sans unités), à savoir un chiffre suivi de un ou deux 0, peut s'avérer difficile, voire même parasitant. En effet, après avoir bien intégré que l'écriture chiffrée de « trois-cents » est 300 et que celle de « septante » est 70, il est très difficile de comprendre pourquoi « trois-cents-septante-cinq » s'écrit 375 et non 300705. C'est pourquoi, il vaut mieux ne pas s'attarder à l'écriture chiffrée des dizaines, centaines et milliers mais approfondir ce qui suit.
- Pour comprendre le sens qu'on donne à chacun des chiffres dans l'écriture d'un nombre, il est intéressant de s'appuyer sur une suite de nombres, comme par exemple 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38 et 39. En effet, les mots-nombres qui les expriment sont tous composés de deux mots et se traduisent par deux chiffres : un 3 qui se lit « trente » et qui vaut « trois dix » suivi d'un autre chiffre qui s'entend comme il s'écrit. On pourra reproduire cela avec les autres suites d'entiers compris entre deux dizaines.
- Ce n'est que lorsque ce système d'écriture des nombres à deux chiffres significatifs (c'est-à-dire différents de 0) est bien acquis, qu'on peut présenter le nombre « trente » qui ne comporte qu'un mot et s'écrit à l'aide d'un 3 suivi d'un 0. Stella Baruck parle du zéro comme le *chiffre du silence*, c'est-à-dire celui qui traduit l'absence d'unité, dans le cas qui nous occupe.
- On peut ensuite explorer les nombres à 3 chiffres significatifs (comme 476) et puis seulement ceux qui contiennent des 0 (comme 406, 470, 400).
- Et ce n'est que lorsque tous les nombres à trois chiffres sont bien installés qu'on peut envisager de travailler les grands nombres, en y repérant les classes des « mille », des « millions » au sujet desquelles il faudra également faire ce travail de relier ce qu'on entend à ce qu'on écrit ou pas dans, par exemple, 347 (millions) 107 (mille) 324.

Les différentes étapes que nous venons de proposer ne concernent que la dénomination et l'écriture chiffrée des entiers naturels. Restera à faire un travail identique à propos des nombres à virgule qui participent du même système de numération écrite décimale de position. Dans cette perspective, il s'agira de montrer comment la numération décimale se construit en introduisant les notions de « dixièmes », « centièmes », « millièmes », à bien distinguer du point de vue de la langue et de la compréhension des « dizaines », « centaines » et « milliers ».

Le travail sur les langages oral et écrit des nombres est une excellente opportunité d'une part, pour s'appropriier les nombres et les liens entre eux, et d'autre part, pour entrer dans un code universel omniprésent et en comprendre la portée. Il pourrait aussi être tout à fait intéressant d'y ajouter une composante historique en plongeant les apprenants dans les systèmes de numération écrite de grandes civilisations comme les Égyptiens et les Romains, tous les deux assez accessibles, afin de comprendre que les codes universels sont en fait toujours contextualisés et ont évolué au cours du temps.

Ce qui vient d'être présenté pour passer de la langue qui dit les nombres à leur écriture formelle dans un langage universel peut aussi se faire pour d'autres domaines des mathématiques, et en particulier pour entrer dans l'univers des opérations et du calcul. Dans ce domaine, le risque est d'utiliser la porte d'entrée du calcul formel avec ses notations et ses techniques très éloignés du mode de pensée des apprenants et de passer à côté du pourquoi du calcul.

L'enjeu du travail en alphabétisation comporte dès lors les étapes suivantes :

- pour chacune des opérations, travailler sur les différents sens possibles en s'appuyant sur des situations intéressantes qui les illustrent et en faisant essentiellement un travail sur la langue ;
 - déshabiller les situations en les traduisant par des schémas en vue d'entrer dans le langage des représentations écrites ;
 - traduire progressivement les situations en posant les opérations, c'est-à-dire en entrant dans le langage formel ;
 - exécuter les opérations par diverses techniques en s'appuyant le plus possible sur le sens des nombres et des opérations en jeu ;
 - revenir aux situations en s'appuyant sur les résultats pour boucler la boucle.
- Ainsi, c'est essentiellement un travail sur la langue et sur le sens qui va permettre de comprendre comment le formalisme des nombres et des opérations apporte une économie et une efficacité de pensée.

Anne CHEVALIER, didacticienne en mathématiques